CONCURSUL INTERNAȚIONAL DE MATEMATICĂ "SEVER AUREL GROZE"

Ediţia I, BECLEAN 24-26 mai 2013

SUBIECTE CLASA a V-a

1) Să se afle numerele de forma $\overline{abcd}$, care au descompunerea în factori primi egală cu $d \cdot \overline{cc} \cdot \overline{ec}$, unde cifrele a, b, c, d, e sunt distincte două câte două.

2) Aflaţi toate numerele de forma $12^n + 2013$, $n \in \mathbf{N}$, care sunt pătrate perfecte.

3) Se consideră mulţimea $A \subset \mathrm{N}$ ale cărei elemente verifică simultan condiţiile:

i) $1 \in A$;

ii) Dacă $x \in A$, atunci $2x+3 \in A$;

iii) Dacă $3x+1 \in A$, atunci $x \in A$.

Demonstraţi că numerele *20*; *60*; *61* şi *2013* se găsesc în A.

G.M./2012.

Notă:

Pentru fiecare problemă se acordă 7 puncte.

Timp de lucru: 2 ore

Succes !

CONCURSUL INTERNAȚIONAL DE MATEMATICĂ "SEVER AUREL GROZE"

Ediţia I, BECLEAN 24-26 mai 2013

Barem de evaluare și notare clasa a V-a

1) $\overline{cc} = c \cdot 11, prim \Rightarrow c = 1$ 1p

Dacă e este impar $\Rightarrow$ e+1 par. Cum penultima cifra a lui $\overline{e1} \cdot 11$ e data de u.c.(e+1) $\Rightarrow$ penultima cifra a lui $d \cdot \overline{e1} \cdot 11$ e pară. Dar $d \cdot \overline{e1} \cdot 11 = \overline{ab1d}$, iar 1 impar!

Deci e este par 2p

Singurele numere de forma $\overline{e1}$, prime, cu e par, sunt 41 si 61 1p

$41 \cdot 11 = 451$, iar $d \cdot 5$ nu poate avea ultima cifra 1 1p

$61 \cdot 11 = 671$, $d \cdot 7$ are ultima cifră 1 doar pentru d=3 $\Rightarrow 671 \cdot 3 = 2013$,

număr care verifică condiţiile din ipoteză. 2p

2) n=0 $\Rightarrow 12^0+2013=2014$, $\vdots 2$, dar nu şi cu 4 1p

n=1 $\Rightarrow 12^1+2013=2025=45^2$, pp $\Rightarrow$ 2025 este soluţie 2p

$n \geq 2 \Rightarrow 12^n=3^n \cdot 2^{2n} \vdots 8 \Rightarrow 12^n = M_8$ 1p

$2013 = M_8+5$ 1p

$12^n+2013 = M_8+5$ 1p

Cum orice pp. impar e de forma $M_8+1 \Rightarrow$ n nu poate fi pp. 1p

3) $1 \xrightarrow{P2} 5 \xrightarrow{P2} 13 \xrightarrow{P2} 29 \xrightarrow{P2} 61$ 2p

$61 \xrightarrow{P3} 20$ 1p

$20 \xrightarrow{P2} 43 \xrightarrow{P2} 89 \xrightarrow{P2} 181 \xrightarrow{P3} 60$ 2p

$60 \xrightarrow{P2} 123 \xrightarrow{P2} 249 \xrightarrow{P2} 501 \xrightarrow{P2} 1005 \xrightarrow{P2} 2013$ 2p